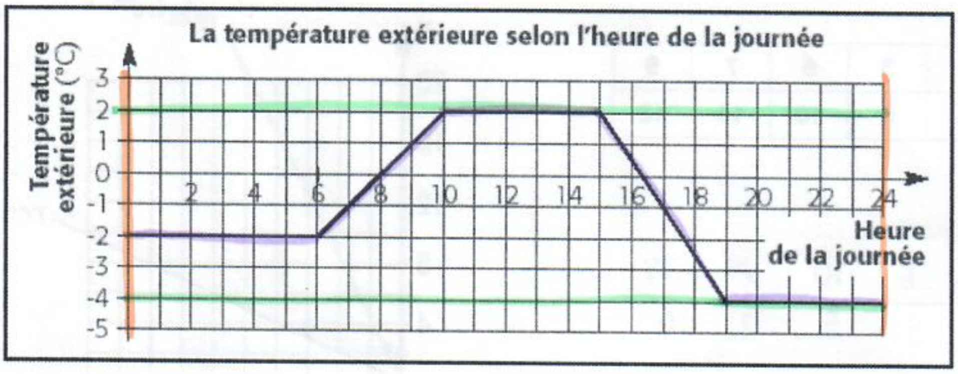
Les propriétés d'une fonction

Une fonction possède un certain nombre de propriétés qui la caractérisent. Le tableau suivant définit les propriétés de la fonction représentée ci-contre.



gauche-droite

bas-haut

Propriétés	
X **Domaine :** l'ensemble des valeurs que peut prendre la **variable indépendante.** [0,24] heures	Y **Image :** ensemble des valeurs que peut prendre la **variable dépendante.** [-4, 2] °C
Y **Maximum :** la plus grande valeur que prend la **variable dépendante.** 2°C	Y **Minimum :** la plus petite valeur que prend la **variable dépendante.** -4°C
Y **Ordonnée à l'origine :** C'est la valeur initiale, c'est la valeur de y lorsque x vaut 0. -2°C	X **Abscisse à l'origine :** Ce sont le ou les zéros, ce sont la ou les valeurs de x lorsque y vaut 0. 8h et ≈ 16,25h (16h15)

X **Variation (croissance et décroissance)**

Croissance : l'ensemble des valeurs de la **variable indépendante** ou la relation augmente.
Décroissance : l'ensemble des valeurs de la **variable indépendante** ou la relation diminue
Constance : l'ensemble des valeurs de la **variable indépendante** ou la relation est stable.

croissance: de 6h à 10h

decroissance: de 15h à 19h

constance: de 0h à 6h, de 10h à 15h, de 19h à 24h

X **Étude du signe**

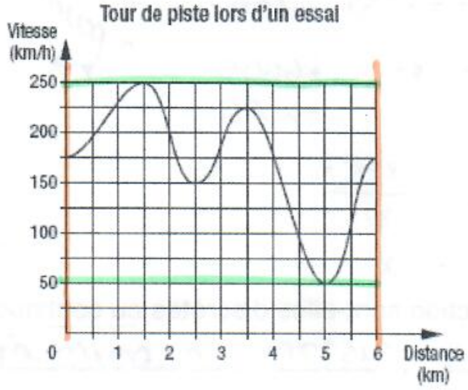
Pour l'ensemble des valeurs de la **variable indépendante** une fonction est :
Positive : si les valeurs de la **variable dépendante** sont positive.
Négative : si les valeurs de la **variable dépendante** sont négative.

Positive: de 8h à 16,25h

Négative: de 0h à 8h et 16,25h à 24h

On se pratique !

1. Le graphique ci-contre montre la vitesse d'une voiture pendant un tour d'essai.



a) Quelle est la vitesse maximale atteinte par la voiture ?

250 km/h

b) Est-ce que cette relation est une fonction ? Justifie ta réponse.

Oui, par chaque valeur de x il y a au plus une valeur de y.

c) Quelle est la distance totale du trajet ?

6 km

d) Est-ce que la réciproque est une fonction ? Justifie ta réponse.

Non, il existe au moins un x qui a plus d'un y (ex: (200, 2) (200, ≈3))

e) À quelles distances se sont produites les accélérations ?

de 0 km a 1,5 km, de 2,5 km à 3,5 km et de 5 km à 6 km.

f) Quel est le domaine de cette situation ?

[0,6] km

g) Quelle est l'image de cette situation ?

[50, 250] km/h

2. Un avion effectue un vol Montréal-Rome. La distance totale à parcourir est de 6 600 km. À chaque heure, l'avion parcourt en moyenne 825 km. Le nombre de kilomètres à parcourir avant d'arriver à destination varie selon le temps écoulé depuis le départ de Montréal.

1)

x	y
0	6 600
2	4950
8	0

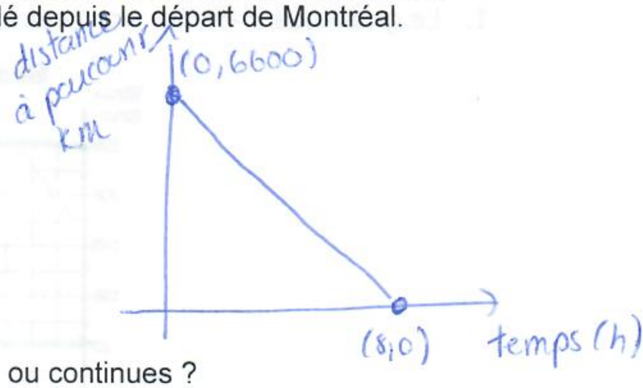
$y = -825x + 6\,600$

$0 = -825x + 6600$

$-6600 \quad -6600$

$\frac{-6600}{-825} = \frac{-825x}{-825}$

$8 = x$



a) Les variables de cette fonction sont-elles discrètes ou continues ?

x = temps (h)   y = distance à parcourir (km

b) Quel est le domaine et l'image de cette fonction ?

dom = [0, 8] h   ima = [0, 6600] km

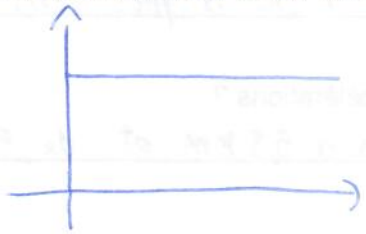
c) Cette fonction est-elle croissante ou décroissante ? Justifie ta réponse.

Decroissance, la distance à parcourir diminue selon le temps.

d) Quels sont le maximum et le minimum de cette fonction ?

max = 6600 km   min = 0 km

3. Lysanne décide d'adhérer au forfait «transactions illimitées» de son institution financière. Désormais, elle paiera 7,75 $ pour l'ensemble des transactions qu'elle effectuera dans le mois.



a) Définis les variables de cette situation.

x = nb transactions

y = Coût total

b) Écris la règle associée à cette situation.

$y = 7{,}75$

c) Quels sont le domaine et l'image de cette fonction ?

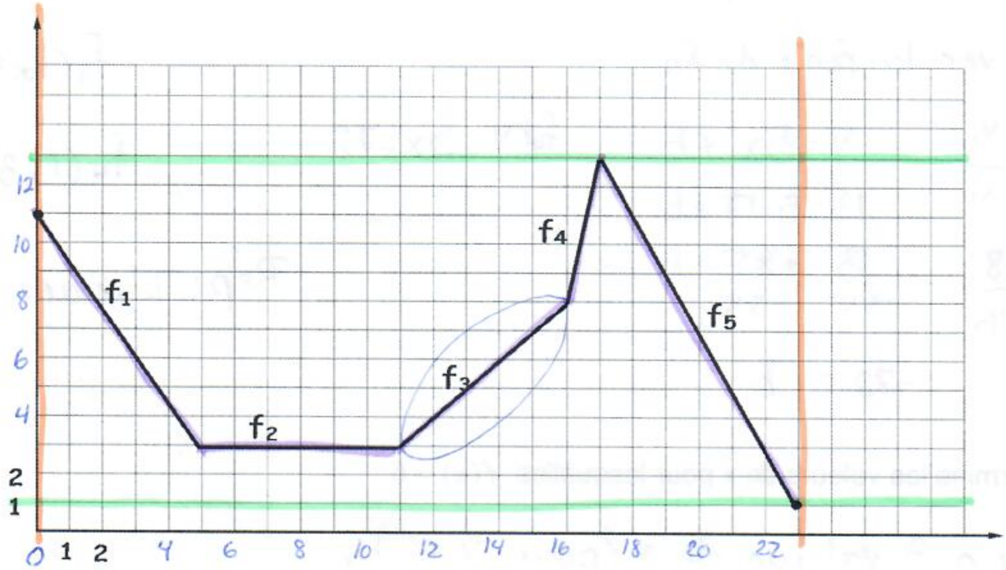
dom = [0, +∞[transactions

ima = {7,50} $

Les fonctions définies par parties

Une fonction définie par partie est représentée graphiquement par une **ligne brisée**. Chacune des parties représente une fonction définie sur un domaine précis. Chacune des parties a donc sa règle, son domaine et son image.

Exemple :



1) Si l'on considère la fonction f représentée dans le graphique ci-dessus :

dom f : [0, 23] max f : 13

ima f : [1, 13] min f : 1

2) Si l'on considère le segment f_3 :

dom f_3 : [11, 16] max f_3 : 8

ima f_3 : [3, 8] min f_3 : 3

La règle de la droite supportant le segment f_3 est :

1) (11, 3)
(16, 8)

2) $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \frac{8-3}{16-11}$

$a = \frac{5}{5}$

$\boxed{a = 1}$

3) $y = x + b$

$3 = 11 + b$

$-11 \quad -11$

$\boxed{-8 = b}$

Rep: $f_3(x) = x - 8$

On se pratique !

1. Dans l'exemple illustré à la page précédente :

a) Détermine la règle de la droite supportant le segment f_2.

Droite horizontale

donc $f_2(x) = b$ Rép: $f_2(x) = 3$

b) Détermine l'image (y) de 16,3. $= x$

1) Pour $x = 16,3$, on est dans f_4.

2) Trouver la règle de f_4

(16,8)
(17,13)

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $y = 5x + b$ $f_4(x) = 5x - 72$

$13 = 5 \cdot 17 + b$

$a = \frac{13-8}{17-16}$ $13 = +85 + b$

$-85 \quad -85$

$a = \frac{5}{1}$ $-72 = b$

3) Calculer $f(16,3)$

$f_4(16,3) = 5 \cdot 16,3 - 72$

$f_4(16,3) = 9,5$

Rép: L'image de 16,3 est 9,

c) Détermine les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 6$.

1) Il y a 3 valeurs de x (pour $y = 6$).

2) $x = 3$ et $x = 14$ se lisent sur le graphique.

3) La 3e valeur de x est dans f_5.

Règle de f_5

(17,13)
(23,1)

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $y = -2x + b$ $f_5(x) = -2x + 47$

$1 = -2(23) + b$

$a = \frac{1-13}{23-17}$ $1 = -46 + b$

$+46 \quad +46$

$a = -\frac{12}{6}$ $47 = b$

$a = -2$

4) Trouver les valeurs de x pour $f_5(x) = 6$

$6 = -2x + 47$

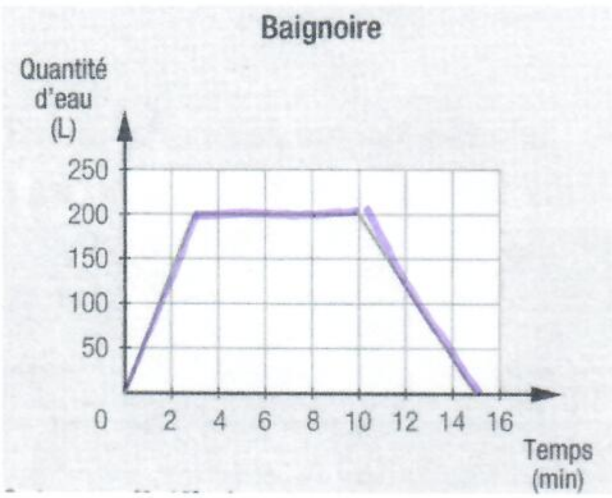
$-47 \quad -47$

$\frac{-41}{-2} = \frac{-2x}{-2}$

$20,5 = x$

Rép: lorsque $f(x) = 6$, $x = 3$ ou $x = 14$ ou $x = 20,5$.

2. Observe la fonction illustrée ci-contre.



a) Quelle a été la quantité maximale d'eau dans la baignoire ?

200 Litres

b) Quelle est l'ordonnée à l'origine ? À quoi elle correspond dans cette situation ?

0 litres. Au début, la baignoire est vide.

c) Quelles sont les abscisses à l'origine ? À quoi correspondent-elles ?

0 minutes et 15 minutes.
Ce sont les moments où la baignoire est vide.

d) Quel est le débit lors du remplissage ? Est-il plus ou moins élevé que celui observé au moment où la baignoire se vide ?

(0,0)
(3,200)

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$a = \frac{200-0}{3-0}$

$a \approx 66,76 L/min$

(10,200)
(15,0)

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$a = \frac{0-200}{15-10}$

$a = \frac{-200}{5}$

$a = -40 L/min$

Rép: le débit de remplissage est moins élevé que le débit lorsque la baignoire se vide

e) Quel est le domaine de cette situation ? À quoi correspond-il ?

[0, 15] min. C'est la durée du bain.